

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Лектор:

к.ф.-м.н. Алимгазинова Назгуль Шакаримовна

Общие положения резонансных явлений в цепях переменного тока

Амплитуды колебаний токов и напряжений в цепях переменного тока зависят от многих факторов: параметров цепи, амплитуды приложенного (входного) напряжения, и самое главное, при наличии в цепи реактивных элементов они зависят от частоты приложенного напряжения (воздействия)

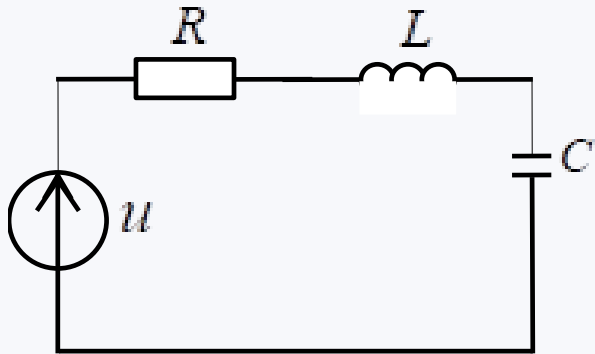
Резонанс является одним из самых распространенных в природе физических явлений.



Явление резонанса можно наблюдать в механических, электрических и даже тепловых системах.

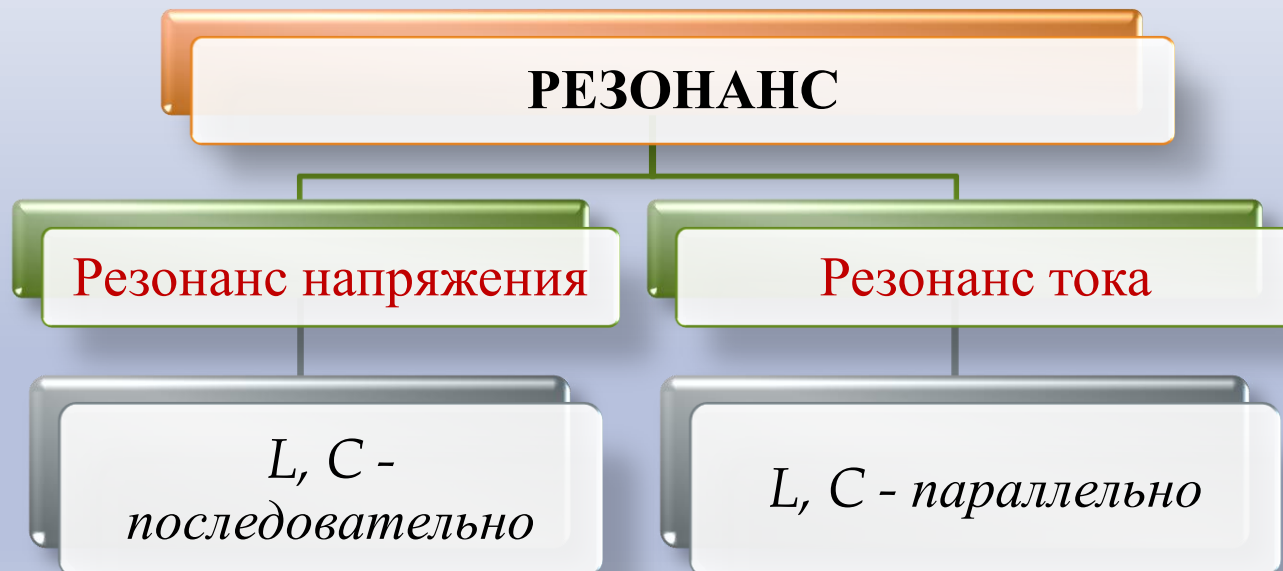
Электрическая цепь в которой может возникнуть резонанс называется колебательным контуром

РЕЗОНАНС В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ



*Колебательным контуром называется электрическая цепь, в которой содержатся **индуктивность, емкость и активное сопротивление**, и возможны свободные колебания тока и напряжения.*

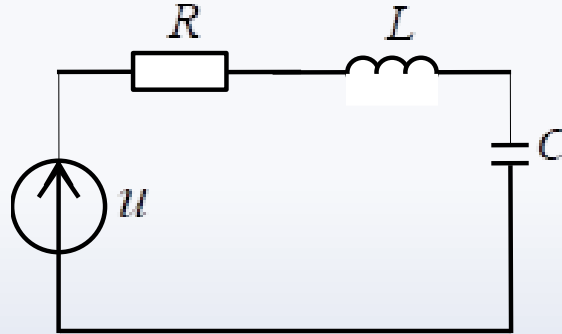
*Резонансом называют такой режим колебательного контура, при котором **входное реактивное сопротивление контура или его входная реактивная проводимость равны нулю**. Поэтому **при резонансе напряжение и ток на входе контура совпадают по фазе**.*



РЕЗОНАНС НАПРЯЖЕНИЯ

Режим работы участка цепи с последовательным соединением R, L, C элементов, при котором входное реактивное сопротивление контура равно нулю называется **резонансом напряжений**.

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$$



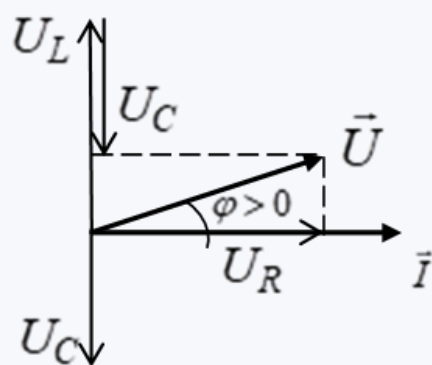
$$X_L = \omega L$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

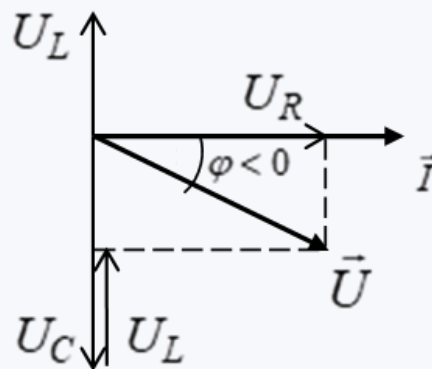
$$\dot{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jx = |\dot{Z}|e^{j\varphi}.$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\dot{Z}} = \frac{\dot{U}}{|\dot{Z}|} e^{-j\varphi}$$

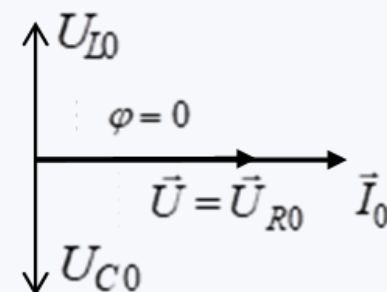
Знак аргумента комплекса тока φ зависит от соотношения между индуктивным и емкостным сопротивлениями контура



а)



б)



в)

- ✓ если в контуре $X_L > X_C$, φ положителен, ток отстает по фазе от входного напряжения (рисунок а);
- ✓ если $X_L < X_C$, тогда φ отрицателен и ток цепи имеет емкостной характер (рисунок б);
- ✓ при $X_L = X_C$ наступает режим *резонанса*, т.е. $\varphi = 0$ (рисунок в).

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C} = 0.$$

$$\dot{Z} = R,$$

$$I_0 = \frac{U}{R},$$

$$\psi_u = \psi_i.$$

$$X_L = X_C, \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

Если параметры контура остаются неизменными, режим резонанса наступает при частоте , которая называется **резонансной частотой контура**.

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

При резонансе индуктивное и емкостное сопротивления равны, поэтому данное сопротивление называется **характеристическим сопротивлением** или **волновым сопротивлением контура**

$$\rho = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Величину, характеризующую резонансные свойства контура, называют **добротностью контура**

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}.$$

Величина, обратная добротности контура, называется **затуханием**

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{R}{\rho} = \frac{U}{U_L} = \frac{U}{U_C}.$$

Добротность контура показывает во сколько раз напряжения на реактивных элементах контура при резонансе превышает значение приложенного к контуру напряжения.

Физический смысл добротности контура

Добротность колебательного контура характеризует свойство колебательного контура запасать энергию в реактивных элементах, она равна отношению энергии, запасаемой в контуре, к энергии потребляемой контуром за период колебаний, умноженному на 2π .

$$\frac{W_{\text{зан}}}{W_{\Pi}} = \frac{LI_0^2}{RI_0^2 T} = \frac{L}{RT}$$

$$T = \frac{1}{f_0} = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$\frac{W_{\text{зан}}}{W_{\Pi}} = \frac{\omega_0 L}{2\pi R} = \frac{1}{2\pi} \frac{\rho}{R} = \frac{Q}{2\pi}$$

$$Q = 2\pi \frac{W_{\text{зан}}}{W_{\Pi}}$$

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ РЕЗОНАНСЕ НАПРЯЖЕНИЙ

$$W = W_M + W_{\text{э}},$$
$$W_M = \frac{Li^2}{2}$$
$$W_{\text{э}} = \frac{Cu_C^2}{2}$$
$$W = \text{const}$$

The diagram illustrates the energy components in a resonant circuit. At the top, the total energy is given as $W = W_M + W_{\text{э}}$. Below this, two arrows point to the individual energy formulas: $W_M = \frac{Li^2}{2}$ on the left and $W_{\text{э}} = \frac{Cu_C^2}{2}$ on the right. A large downward arrow from the total energy equation points to the statement $W = \text{const}$, indicating that the total energy remains constant during resonance.

Во время резонанса, **полная энергия** электромагнитного поля последовательного колебательного контура **не изменяется**: уменьшение энергии электрического поля сопровождается увеличением энергии магнитного поля, и наоборот.

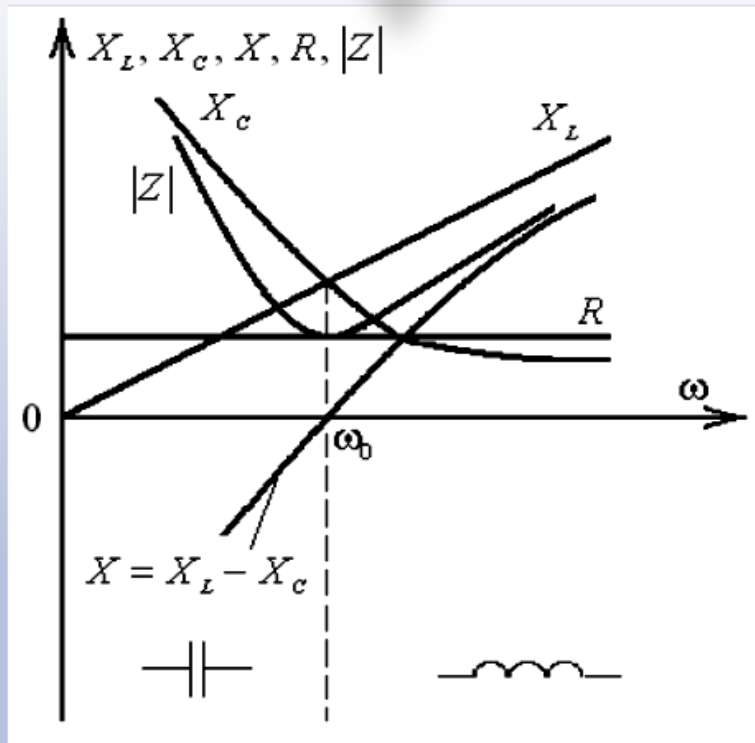
Реактивные элементы контура непрерывно обмениваются энергией, а внешний источник в этом обмене не участвует.

Если бы контур не имел потерь ($R=0$), колебательный процесс мог бы установиться без внешнего источника энергии.

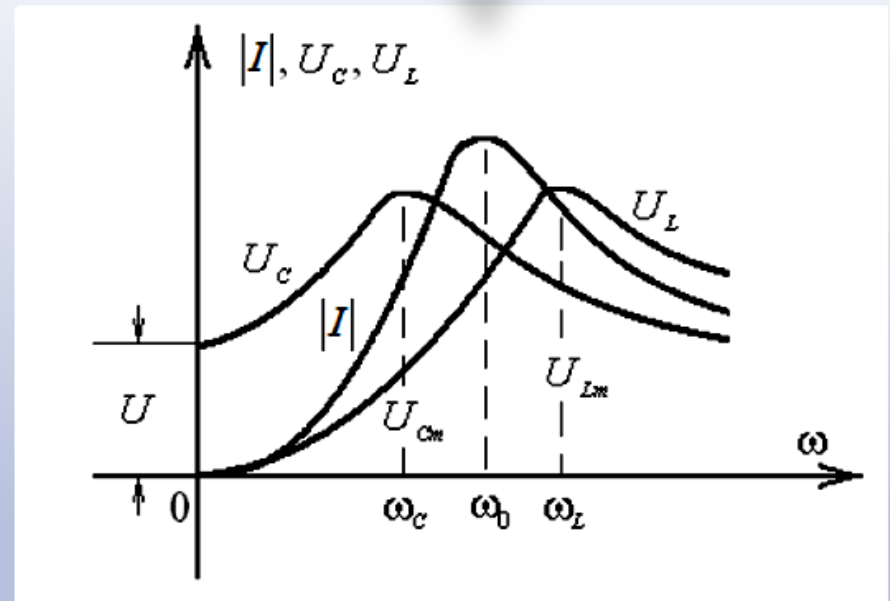
Если колебательный контур обладает активным сопротивлением, то имеют место потери энергии и колебательный процесс несет затухающий характер.

Частотные характеристики и резонансные кривые

Зависимость от частоты параметров цепи называются **частотными характеристиками**



Зависимости действующих или амплитудных значений тока и напряжения от частоты называются **резонансными кривыми**

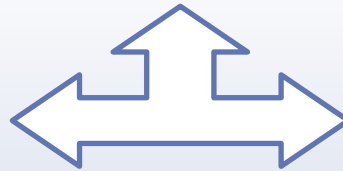


Частотные зависимости действующих значений тока в цепи и напряжений на реактивных элементах контура

Зависимости $I(\omega)$, $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ – называются амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ) относительно тока и напряжений, или резонансными характеристиками.

Для нахождения экстремумов $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ необходимо:

$$\frac{\partial U_L(\omega)}{\partial \omega} = 0$$



$$\frac{\partial U_C(\omega)}{\partial \omega} = 0$$

$$I(\omega) = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}};$$



$$I_0 = I_{\max} = \frac{U}{R}, \rightarrow \text{при } \omega = \omega_0$$

$$U_L(\omega) = I(\omega)X_L(\omega) = \frac{U \cdot \omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}};$$



$$\omega_{L0} = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{1}{2Q^2}}} > \omega_0$$

$$U_C(\omega) = I(\omega)X_C(\omega) = \frac{U}{\omega C \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}};$$

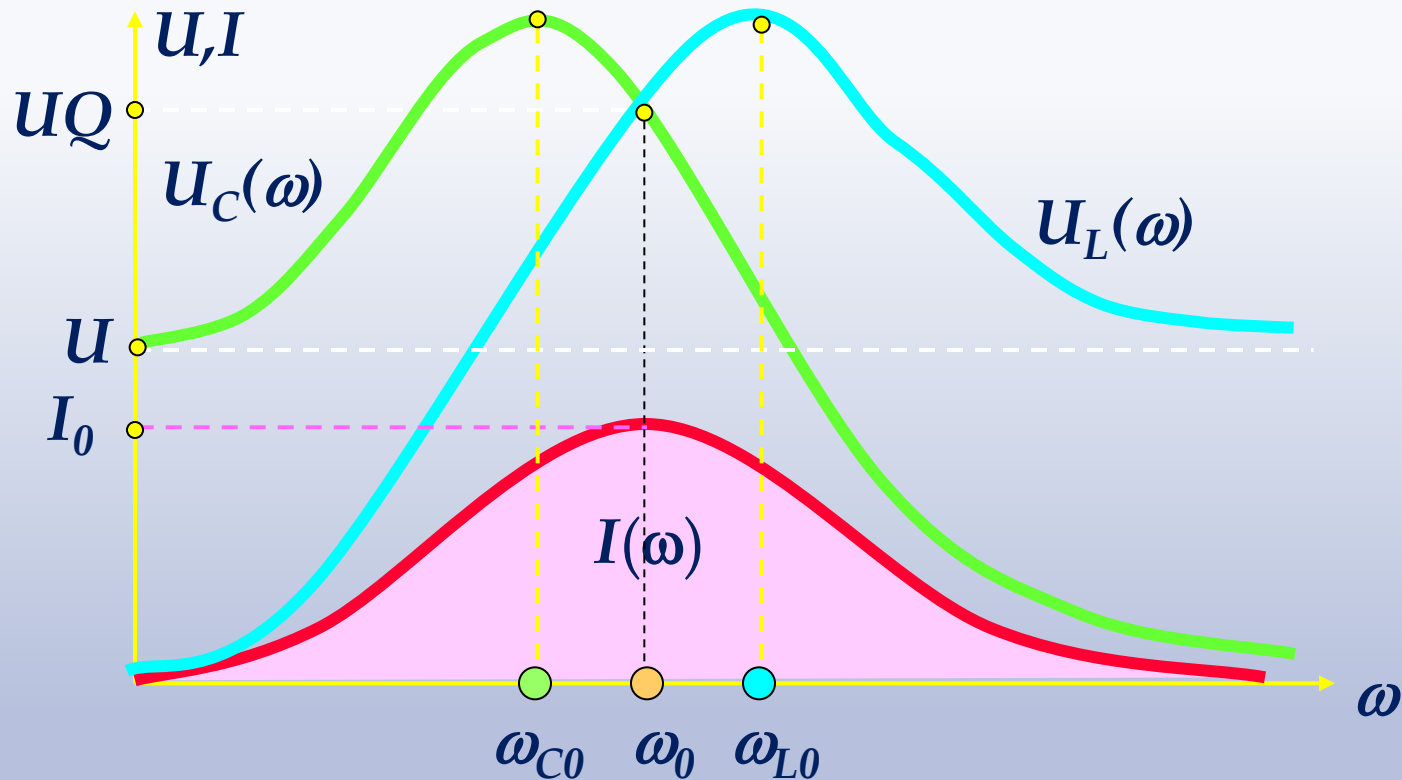


$$\omega_{C0} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} < \omega_0$$

Экстремумы на частоте

На частотах ω_{L0} и ω_{C0} напряжения на реактивных элементах контура примут максимальное значение.

$$U_{C \max}(\omega_{C0}) = U_{L \max}(\omega_{L0}) = \frac{2 \cdot U \cdot Q^2}{\sqrt{4Q^2 - 1}} = \frac{2U}{d\sqrt{4 - d^2}}$$



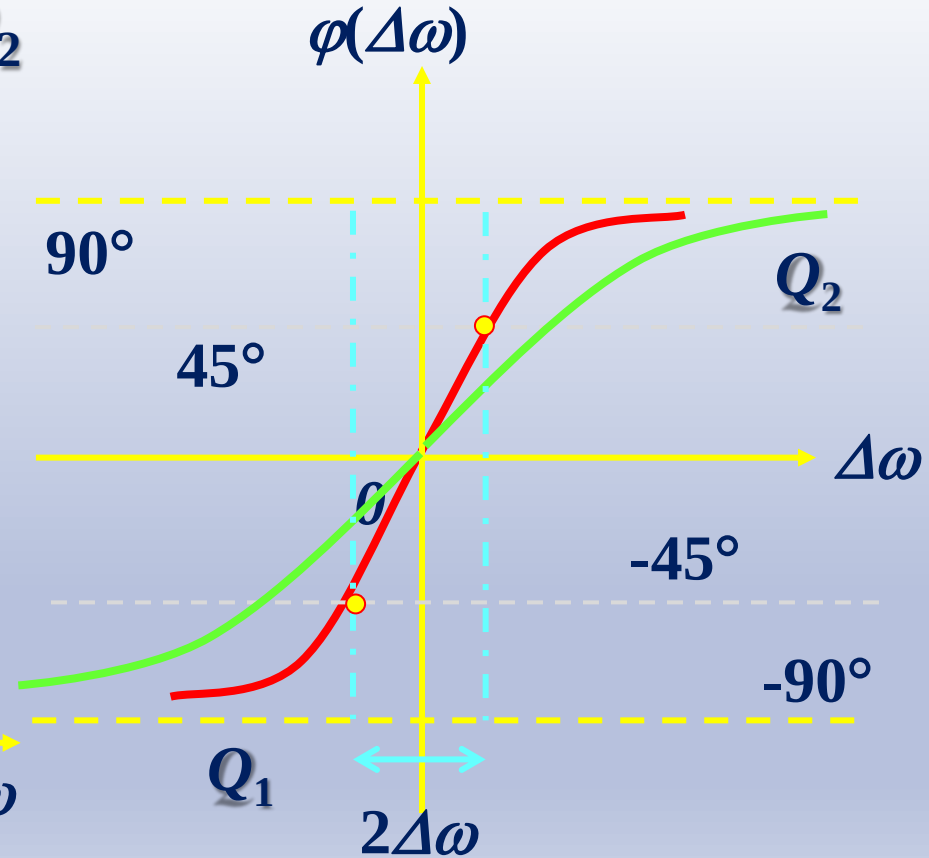
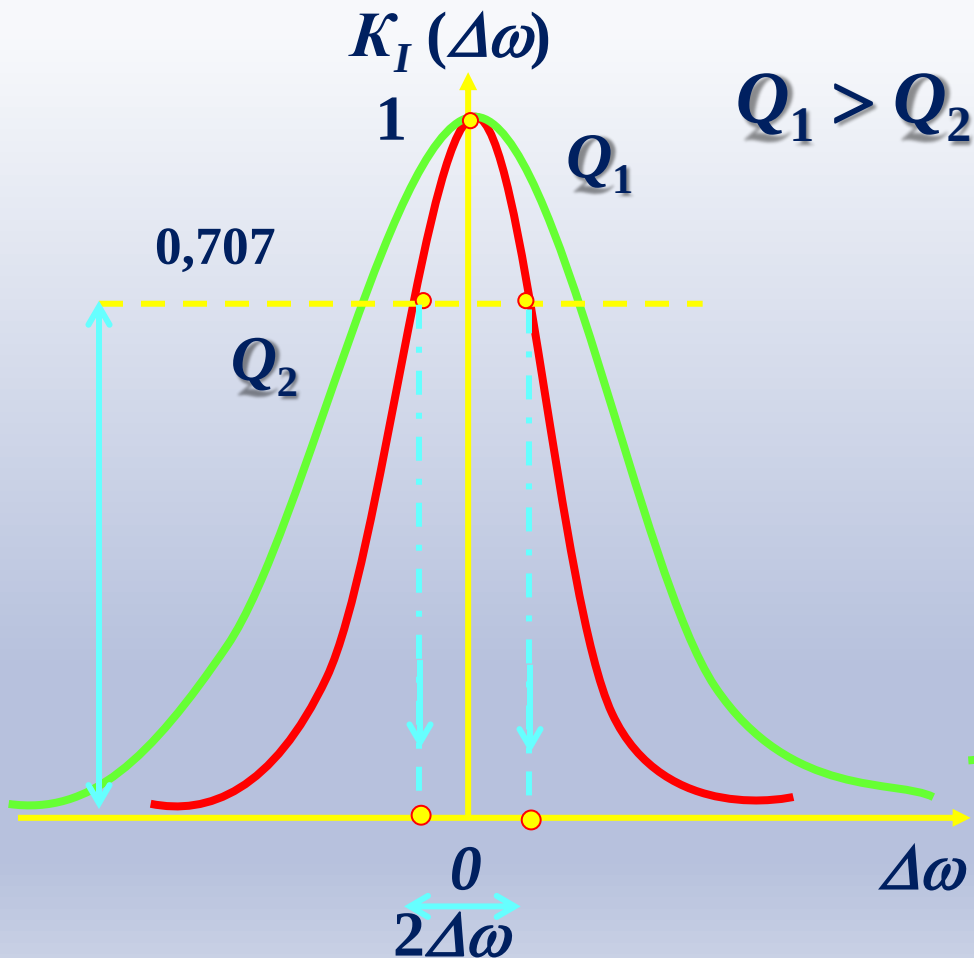
С увеличением добротности контура (уменьшением затухания) частоты ω_{L0} и ω_{C0} сближаются с резонансной частотой ω_0 , при этом I_0 , $U_L(\omega)$, $U_C(\omega)$ возрастают и кривые становятся острее.

АЧХ контура

$$K_I(\Delta\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2 \cdot Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}}}}$$

ФЧХ контура

$$\varphi(\Delta\omega) = \text{arctg}\left(2Q \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right)$$



РАССТРОЙКА ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

Абсолютной расстройкой $\Delta\omega$ называют разность частоты источника и резонансной частоты контура: $\Delta\omega = \omega - \omega_0$. Поскольку частота ω может быть как больше, так и меньше резонансной частоты ω_0 , абсолютная расстройка $\Delta\omega$ бывает и положительной, и отрицательной.

Относительной расстройкой называют отношение абсолютной расстройки к резонансной частоте:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0}.$$

Обобщенная расстройка учитывает все причины, которые могут вызвать отклонение режима контура от резонанса. Она равна отношению реактивного сопротивления контура при любой частоте к активному сопротивлению:

$$\zeta = \frac{X}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{\omega_0 L \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{\omega_0 C} \cdot \frac{\omega}{\omega_0}}{R} = \frac{\rho}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = Q\varepsilon.$$

$$\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$$

относительная расстройка

ПОЛОСА ПРОПУСКАНИЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОНТУРА

Полосой пропускания последовательного контура называют область частот, в пределах которой ток уменьшается по сравнению с резонансным не более чем в $\sqrt{2}$ раз.

Абсолютная полоса пропускания S_A представляет собой разность граничных частот:

$$S_A = f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}.$$

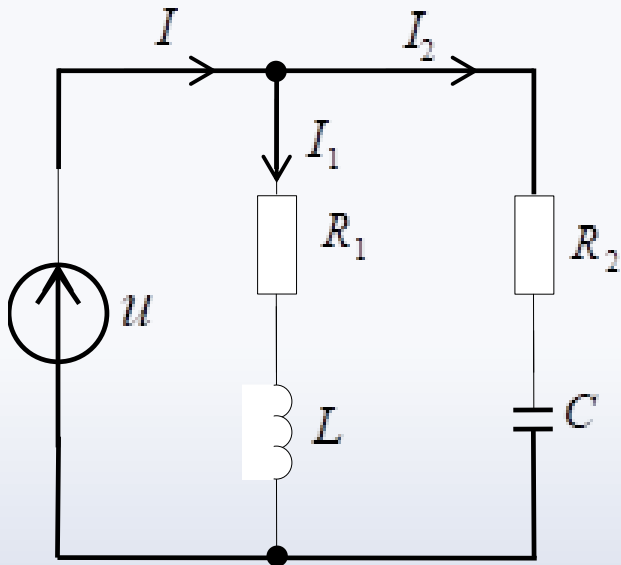
Относительная полоса пропускания:

$$S_{OTH} = \frac{S_A}{f_0} = \frac{1}{Q} = d.$$

Свойства цепи при резонансе напряжений

1. Полное сопротивление цепи в резонансном режиме имеет чисто резистивный характер, равно сопротивлению резистивного элемента и является минимальным
2. Ток в цепи при резонансе напряжений является максимальным и по характеру чисто активным, т.е. не имеет сдвига по фазе по отношению к напряжению
3. Коэффициент мощности цепи равен единице, полная мощность равна активной. Это означает, что *ток в цепи при резонансе совершает максимальную полезную работу.*
4. В цепи имеют место обратимые преобразования энергии электрического и магнитного полей, причем интенсивность этих преобразований одинакова: энергия электрического поля конденсатора и энергия магнитного поля катушки преобразуются одна в другую с одинаковой скоростью.
5. Энергия, потребляемая контуром от источника, равна энергии, теряемой в активном сопротивлении контура R . Колебательный процесс в контуре без потерь должен иметь незатухающий характер.
6. Действующие значения напряжений на реактивных элементах равны между собой

РЕЗОНАНС ТОКОВ



Режим работы участка цепи с параллельными ветвями, при котором входная реактивная проводимость контура равна нулю называется **резонансом токов**.

$$b_1 = -b_2,$$

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\rho^2 - R_1^2}{\rho^2 - R_2^2}}.$$

Рассмотрим различные случаи:

- ✓ Если $R_1 = R_2 = \rho$, тогда резонанс токов возможен на любой частоте;
- ✓ Если $R_1 = R_2 \neq \rho$, тогда резонанс токов будет происходить на частоте резонанса напряжений $\omega_p = \omega_0$;
- ✓ Если $R_1 \neq R_2$ и $R_1, R_2 > \rho$ или же $R_1, R_2 < \rho$, тогда резонанс токов будет на одной частоте ω_p ;
- ✓ Если $R_1 > \rho$ и $R_2 < \rho$, тогда резонанс токов не возможен.

$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2},$$

$$Z = R_p = \frac{R_1 R_2 + \rho^2}{R_1 + R_2}.$$

$$Q = \frac{\rho}{R_1 + R_2}.$$

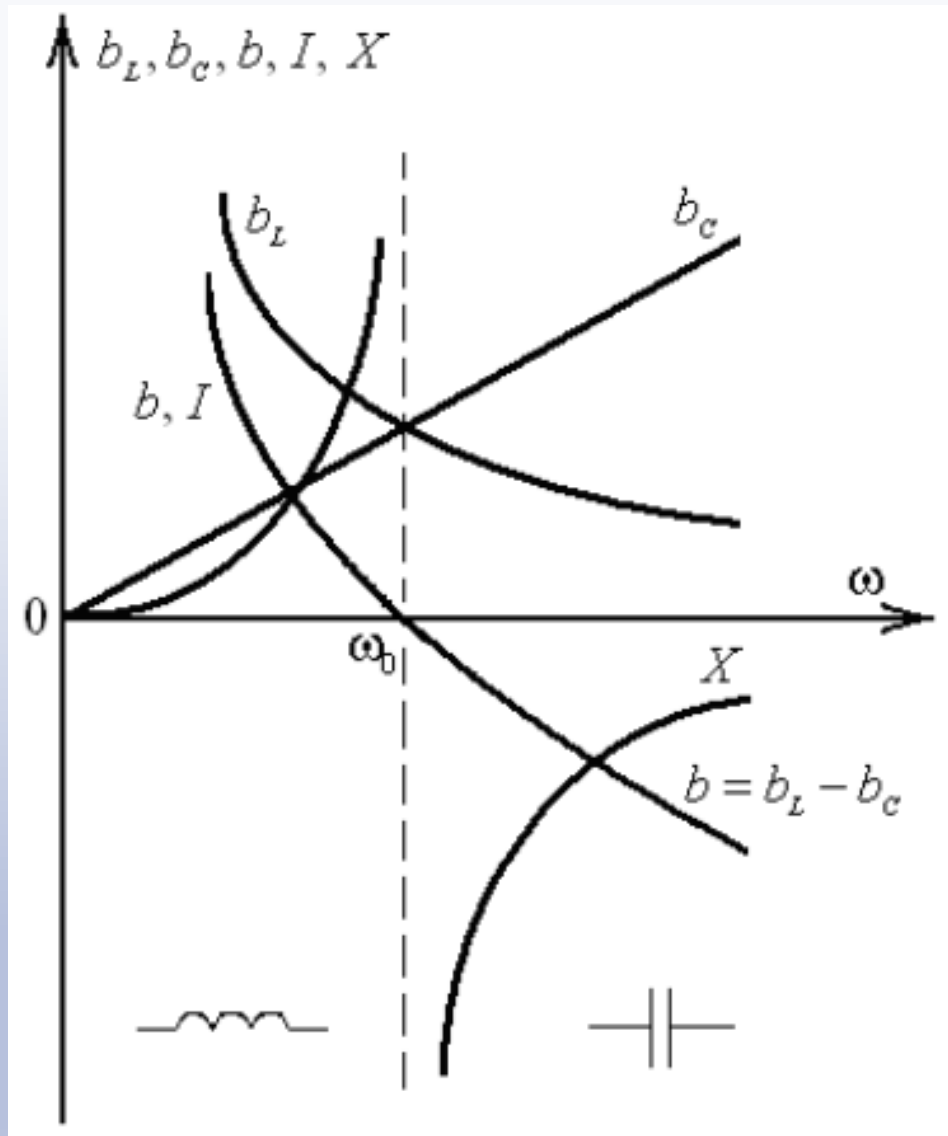
Рассмотрим различные случаи:

- ✓ если $R_1 \neq R_2 \neq \rho$, причем величины соизмеримы, то возможен резонанс токов при потерях энергии;
- ✓ если $R_1 = R_2 = 0$, то колебательный контур не имеет потерь;
- ✓ если $(R_1 = R_2) < \rho$, тогда колебательный контур имеет малые потери.

ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

$$b_L = \frac{1}{\omega L}$$

$$b_C = \omega C$$



Свойства цепи при резонансе токов

1. Полная проводимость цепи при резонансе токов имеет резистивный характер и является минимальной
2. Ток в цепи при резонансе токов является минимальным и по характеру чисто активным, т.е. не имеет сдвига по фазе по отношению к напряжению:
3. Коэффициент мощности цепи равен единице, полная мощность равна активной, следовательно, ток в цепи при резонансе совершает максимально полезную работу.
4. В цепи имеют место колебания энергии электрического и магнитного полей конденсатора и катушки, при этом скорости взаимного преобразования энергии этих полей одинаковы ($Q_{0L} = Q_{0C}$), к источнику энергия не возвращается ($Q_0 = 0$).
5. Действующие значения токов ветвей контура на резонансной частоте одинаковы

Применение явления резонанса в электрических цепях

1. Явление резонанса используют в электрических фильтрах разного рода.
2. Явление резонанса напряжений используют для стабилизации напряжения.
3. В электротехнике резонанс токов используется с целью достижения высокого коэффициента мощности нагрузок, обладающих значительными индуктивными и емкостными составляющими.